

ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium és
Kollégium – Hat évfolyamos képzés

Matematika 7. osztály

IV. rész: Algebra

Készítette: Balázs Ádám

Budapest, 2018

Tartalomjegyzék

IV. rész: Algebra	4
45.A hatványozás azonosságai	4
46.Hatványozás gyakorlása	5
47.A negatív kitevőjű hatvány	6
48.Hatványozás gyakorlása	7
49.Számok normál alakja	8
50.Számítások normálalakban	9
51.Algebrai kifejezések	10
52.A helyettesítési érték	11
53.Műveletek betűs kifejezésekkel	12
54.Feladatok	13
55.Összetett algebrai műveletek	14
56.Zárójelek felbontása	15
57.Feladatok	16
58.Gyakorlás	17
59.Nevezetes azonosságok	18
60.Nevezetes azonosságok felismerése	19

61. Nevezetes azonosságok gyakorlása	20
62. Feladatok	21
63. Feladatok	22
64. Teljes négyzetté egészítés	23
65. Geometriai példák	24
66. Geometriai feladatok	25
67. Számelméleti példák	26
68. Számelméleti feladatok	27
69. Összefoglalás	28
70. Összefoglalás	29
71. Összefoglalás	30
72. Témazáró dolgozat megírása	33
73. Témazáró dolgozat megbeszélése	34

45. óra A hatványozás azonosságai

Def. Az a szám $n \in \mathbb{N}^+$ -edik hatványa a önmagával vett n tényezősszorzatát jelenti:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ darab tényező}}$$

Megjegyzés. Az a szám első hatványa önmaga, tehát $a^1 = a$

Megjegyzés. A nulla pozitív hatványai nullák, a 0^0 nem definiálható egyértelműen.

1. Feladat. Számítsuk ki az alábbi hatványokat a definíció alapján!

a.) $2^1 =$	e.) $0^5 =$	i.) $-2^2 =$	m.) $10^6 =$
b.) $2^2 =$	f.) $3^4 =$	j.) $(-2)^3 =$	n.) $2^{10} =$
c.) $2^3 =$	g.) $(-2)^2 =$	k.) $-(2)^3 =$	o.) $0,5^2 =$
d.) $1^=$	h.) $-(-2)^2 =$	l.) $-2^3 =$	p.) $0,1^3 =$

2. Feladat. Számítsuk ki az alábbi számokat és fedezzünk fel azonosságokat!

a.) $2^3 \cdot 2^4 =$	c.) $5^2 \cdot 5 \cdot 5^2 =$	e.) $(2^3)^2 =$	g.) $(2 \cdot 3 \cdot 4)^2 =$
b.) $\frac{3^3}{3^5} =$	d.) $\frac{3^5}{3^2} =$	f.) $(2 \cdot 3)^3 =$	h.) $\frac{10^4}{5^4} =$

Állítás. Legyen $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ és $n, m \in \mathbb{N}^+$. A hatványozás azonosságai:

$$I.) a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$II.) \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$III.) (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$IV.) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$V.) (a^n)^m = a^{n \cdot m} = a^{m \cdot n}$$

45. Házi feladat. Számítsuk ki az alábbiakat és adjunk kikötést is!

a.) $\left(\frac{2 \cdot x^4}{3 \cdot y^2}\right)^5 =$	b.) $\left(\frac{1}{2} \cdot a^3 \cdot a^2\right)^3 =$	c.) $\left(\frac{2 \cdot x^4 \cdot y^3}{3 \cdot x^3 \cdot y^5}\right)^6 =$
--	--	--

45. Szorgalmi. Számítsuk ki az alábbi: $(-2)^{15} \cdot (-2)^{12} : (-2)^{13} =$

46. óra Hatványozás gyakorlása**3. Feladat.** Számítsuk ki a következő hatványokat!

a.) $(x^2)^3 =$

b.) $(2 \cdot a^2)^2 =$

c.) $(3 \cdot a^2)^3 =$

d.) $\left(\frac{3}{4} \cdot a^2 \cdot b^3\right)^3 =$

e.) $\left(\frac{2 \cdot a}{3 \cdot b}\right)^2 =$

f.) $\left(\frac{2 \cdot a}{3 \cdot b}\right)^4 \cdot \left(\frac{3 \cdot a \cdot b}{2 \cdot c}\right)^3 =$

46. Házi feladat. Oldjuk meg az alábbi feladatokat!

a.) $\left(\frac{4 \cdot x^2 \cdot y^3}{3 \cdot a^2 \cdot b^4}\right)^2 \cdot \left(\frac{-9 \cdot a^4 \cdot b^5}{16 \cdot x^4 \cdot y^6}\right)^3 =$

b.) $\left(\frac{2 \cdot a^2 \cdot b}{3 \cdot c \cdot d^3}\right)^3 : \left(\frac{2 \cdot a \cdot b^2}{3 \cdot c^3 \cdot d}\right)^3 =$

46. Szorgalmi. Oldjunk meg egy saját hatványozási példát és adjuk le külön lapon!

47. óra A negatív kitevőjű hatvány

Def. Legyen $a \neq 0$ és $n \in \mathbb{N}^+$. Az a szám negatív hatványa a következőt jelenti:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

4. Feladat. Alkalmazzuk a hatványozás azonosságait, írjunk kikötést!

$$a.) \frac{a^7}{a^5} =$$

$$c.) \frac{c^4}{c^{-2}} =$$

$$e.) \frac{e^{-2}}{e^{-4}} =$$

$$b.) \frac{b^3}{b^{10}} =$$

$$d.) \frac{d^{-3}}{d^2} =$$

$$f.) \frac{f^4}{f^{-5}} =$$

5. Feladat. Egyszerűsítsük az alábbi kifejezéseket!

$$a.) a^{-2} \cdot a^{-3} =$$

$$c.) c^3 \cdot c^{-3} =$$

$$e.) (y^4)^{-2} =$$

$$b.) b^{-2} \cdot b^3 =$$

$$d.) (x^{-3})^2 =$$

$$f.) (z^{-3})^{-4} =$$

6. Feladat. Számítsuk ki a következő kifejezéseket, írjunk kikötést!

$$a.) \left(\frac{a^{-4}}{b^{-2}}\right)^{-1} =$$

$$c.) \left(\frac{2 \cdot x^2 \cdot y}{a^{-2} \cdot b}\right)^{-2} =$$

$$b.) \left(\frac{a^2 \cdot b^{-3}}{c^{-2}}\right)^{-3} =$$

$$d.) \left(\frac{1}{3} \cdot a^{-3} \cdot b^{-2}\right)^2 =$$

47. Házi feladat. Hozzuk egyszerűbb alakra az alábbi kifejezést és írjunk kikötéseket!

$$\frac{(a^2)^{-3} \cdot a^5 \cdot (a^{-1})^{-2}}{(a^5)^{-4} \cdot a^{-6}} =$$

47. Szorgalmi. Egyszerűsítsük és írjunk kikötést!

$$\left(\frac{2 \cdot x^{-3} \cdot y^5}{3 \cdot a^{-4} \cdot b^2}\right)^{-3} : \frac{2^7 \cdot x^4 \cdot y}{(3 \cdot a^5 \cdot b^2)^2} =$$

48. óra Hatványozás gyakorlása

7. Feladat. Egyszerűsítsük az alábbi kifejezéseket! Írjunk kikötést, ahol szükséges!

$$a.) (2^3 \cdot 5^{-2})^{-3}$$

$$b.) \frac{(6^3)^2}{6^5} =$$

$$c.) \frac{(2^4 \cdot 5^3)^4 \cdot 2^6}{(5^3 \cdot 2^5)^3} =$$

$$d.) \frac{(3 \cdot 7^4)^3}{3^8} \cdot \frac{9^3 \cdot 3^9}{49^5} =$$

$$e.) \frac{(5^{-3})^{-4} \cdot (5^3)^{-4}}{(5^2)^{-3} \cdot (5^{-1})^{-4}} =$$

$$f.) \frac{3^{-2} \cdot 5^{-3}}{5^2 \cdot 3^{-2}} \cdot \frac{(3^{-2})^3}{3^{-2} \cdot 5^9} =$$

$$g.) \frac{(a^{-3} \cdot b)^{-4} \cdot (a^2 \cdot b^{-3})^{-5}}{(b^4)^{-2} \cdot (a^3 \cdot b^{-3})^{-2}} =$$

$$h.) \left(\frac{x^{-3}}{y^{-1}}\right)^5 \cdot \frac{(x^2 \cdot y^{-3})^3}{(y^{-2})^2} =$$

48. Házi feladat. Végezzük el a következő műveletet:

$$\frac{10^{-3}}{100000} \cdot 1000^4 : 10^2 =$$

48. Szorgalmi. Hozzuk egyszerűbb alakra a következő kifejezést!

$$(49 \cdot 16)^{-4} \cdot (7^{-4} \cdot 8^{-3})^{-2} =$$

49. óra Számok normál alakja

8. Feladat. Írjuk fel hatványozás segítségével az alábbi számokat röviden:

a.) 100000

c.) 0,1

e.) 0,001

b.) 400000

d.) 0,01

f.) 0,005

Def (Normálalak). Egy megadott számot két szám szorzataként írunk fel. Az első neve mantissza és abszolút értéke az $[1; 10[$ intervallumba tartozik, a második neve karakterisztika és ez tíz egész kitevős hatványa:

$$m \cdot 10^k \quad \text{ahol } 1 \leq |m| < 10 \text{ és } k \in \mathbb{Z}$$

9. Feladat. Adjuk meg a következő normálalakban lévő számok értékét!

a.) $4 \cdot 10^4$

c.) $3,11 \cdot 10^3$

e.) $3 \cdot 10^{-4}$

b.) $5,1 \cdot 10^5$

d.) $-6,2 \cdot 10^6$

f.) $7,2 \cdot 10^{-3}$

10. Feladat. Írjuk fel az alábbi számokat normál alakban!

a.) 600000

d.) 14000

g.) 0,00001

b.) 200

e.) 90000

h.) 0,00043

c.) 3000

f.) 1234567

i.) 0,0093

49. Házi feladat. Váltsd át a normálalakba a következő számokat!

a.) 60000000

b.) 424200

c.) 0,0000923

49. Szorgalmi. Mekkora a Nap és a Föld átmérőjének összege? Hányszor nagyobb a Nap sugara a Föld sugaránál?

50. óra Számítások normálalakban

11. Feladat. A Föld tömege $5,974 \cdot 10^{24}$ kg, a Hold tömege $7,347 \cdot 10^{22}$ kg. Mekkora az együttes tömegük? Hányszor nagyobb a Föld tömege, mint a Hold tömege?

12. Feladat. A következő számpárokat váltsuk normál alakba és adjuk össze, illetve szorozzuk össze a két számot! Ez után vonjuk ki az egyikből a másikat, majd osszuk el az egyiket a másikkal, majd fordítva!

a.) 1500000000; 30000

b.) 25000000; 0,00005

c.) 123450000000; 15000

d.) 9990000; 0,0003

13. Feladat. Végezzük el a műveleteket számológéppel is!

50. Házi feladat. Végezzük el normálalakban a 4 alpműveletet a következő számokkal, ahol van jelentősége kétféleképpen!

311130000 és 9000

50. Szorgalmi. Számítsuk ki az alábbi műveletet számológép használata nélkül!

$$\frac{4 \cdot 10^{-4} \cdot 6 \cdot 10^6 + 8 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^9} =$$

51. óra Algebrai kifejezések

Def (Betű). Változó, más néven ismeretlen, vagy határozatlan. Számot, vagy számokat jelöl, melyet nem ismerünk, vagy nem írunk le. Leggyakoribb betűk: x, y, z, t, a, b, c

Def (Alphalmaz). A betű melyik halmaz elemeit jelöli. Ha nincs megadva, akkor \mathbb{R} .

Def (Algebrai kifejezés). A négy alapműveletet (összeadás, kivonás, szorzás, osztás) betűkre és számokra véges sokszor alkalmazzuk¹. például:

$$3 \cdot x^2 + y^2 + \frac{1}{z} \quad \text{ahol } x, y \in \mathbb{N} \text{ és } z \in \mathbb{R}^+$$

Def (Egytagú kifejezés, monom). Betűket és számokat szorzással összekapcsolunk. Pl:

$$a - 4x, \quad \frac{3}{2} \cdot y, \quad \frac{x^2}{9}, \quad 42a^2b^3c^4$$

Megjegyzés. A szám másik neve, amivel szorzunk: együttható.

Def (Többtagú algebrai kifejezés, polinom). Monomokat összeadunk. Például:

$$a - 4x + \frac{3}{2} \cdot y + \frac{x^2}{9} + 42a^2b^3c^4$$

Def (Egyváltozós algebrai kifejezés). Csak egyféle betűt tartalmaz: $x^2 + 2x + 4$

Def (Többváltozós algebrai kifejezés). Több betű szerepel benne: $x^2 + y^2 + z^2$

Def (Algebrai egész kifejezések). Nincs a tört nevezőjében változó, pl.: $5a, \frac{3}{2}x$

Def (Algebrai törtekifejezések). A tört nevezőjében van változó, például:

$$\frac{5a + 3b}{a - 3} \quad \text{ahol } a \neq 3$$

51. Házi feladat. Írjunk algebrai kifejezéseket, melyek megfelelnek a feltételeknek!

- a.) Egyváltozós háromtagú algebrai egész, a változók valós számok.
- b.) Háromváltozós egytagú algebrai tört, a változók racionális számok.
- c.) Négyváltozós háromtagú algebrai tört, a változók egész számok.

51. Szorgalmi. Írj egy olyan műveletet, mely nem tekinthető algebrai kifejezésnek!

¹Al-Hvárizmi (780-845) arabul alkotó perzsa matematikus *Kitáb al-dzsabr val-mukábala* című könyvéből származik az algebra szó. Az al-Dzsabr kifejezés magyarul egyesítést jelent.

52. óra A helyettesítési érték

Def (Helyettesítési érték). Az algebrai kifejezésben a változók helyére az alaphalmazból egy-egy konkrét számot helyettesítünk be és elvégezzük a műveleteket. Az így kapott végeredmény az algebrai kifejezés helyettesítési értéke.

14. Feladat. Legyen $x = \frac{2}{3}$ és $y = \frac{3}{5}$. Számítsuk ki a következő algebrai kifejezések helyettesítési értékét!

$$a.) 4x + 2 =$$

$$j.) x \cdot \frac{4}{y} =$$

$$b.) 6x - 5y + 7 =$$

$$k.) \frac{4 \cdot x}{y} =$$

$$c.) 10x + 8y - 4 =$$

$$l.) \frac{4 \cdot x}{y} =$$

$$d.) 8 - 7x =$$

$$e.) \frac{18}{5} \cdot xy =$$

$$m.) 5x^2y^2 =$$

$$f.) \frac{7}{3} \cdot x =$$

$$n.) 6x + 7y - 10 =$$

$$g.) \frac{4}{5} \cdot x + 2 =$$

$$o.) \frac{7}{9}x + \frac{2}{5}y + 2 =$$

$$h.) xy + 3 =$$

$$p.) \frac{x}{2} \cdot \frac{y}{4} =$$

$$i.) 4 \cdot \frac{x}{y} =$$

$$q.) x + y + 3$$

52. Házi feladat. Számítsunk ki az előző feladatban szereplő algebrai kifejezések közül 10 darabot $x = 2$ és $y = 3$ helyettesítési értékkel!

52. Szorgalmi. Számítsunk ki az előző feladatban szereplő algebrai kifejezések közül 3 darabot $x = \frac{11}{30}$ és $y = \frac{31}{3}$ helyettesítési értékkel!

53. óra Műveletek betűs kifejezésekkel

15. Feladat. Végezd el az zárójelek felbontását és az összevonásokat!

$$a.) 3 \cdot (a + 2) =$$

$$e.) (3y + 4) \cdot 2y =$$

$$b.) 4 \cdot (2 - 6x) =$$

$$f.) (3a^3 - a + 2) \cdot 2a =$$

$$c.) 0.3 \cdot (-5 + 10x) =$$

$$g.) a + 5 \cdot (2 + 3a) =$$

$$d.) 2x \cdot (3x + 4) =$$

$$h.) 3 \cdot (a + b) - 2 \cdot (a - b) =$$

16. Feladat. Végezd el a szorzásokat!

$$a.) (4 + x) \cdot (3 + x) =$$

$$g.) (x - 1) \cdot (x - 1) =$$

$$b.) (x + 2) \cdot (4 + x) =$$

$$h.) (a + b)^2 =$$

$$c.) (1 + x) \cdot (3 - y) =$$

$$i.) (a - b)^2 =$$

$$d.) (x + 2) \cdot (x + 2) =$$

$$j.) (x - 5)^2 =$$

$$e.) (x + 3) \cdot (x + 3) =$$

$$k.) (2 + x^2) \cdot (4 - x) =$$

$$f.) (x + 2) \cdot (x + 5) =$$

$$l.) (x^2 + 3x) \cdot (4 - x^2) =$$

53. Házi feladat. Végezd el az alábbi műveleteket!

$$a.) (7x + 3) \cdot 2x =$$

$$c.) (x^2 - 4) \cdot (2x + 5) =$$

$$b.) (-2x + 3) \cdot (4y - 5) =$$

$$d.) (a + b) \cdot (c + d) \cdot (f + e) =$$

53. Szorgalmi. Írj műveleti jeleket a számok közé, hogy igazzá váljon az egyenlőség!

$$1 \quad 1 \quad 1 \quad = \quad 6$$

$$2 \quad 2 \quad 2 \quad = \quad 6$$

stb...

54. óra Feladatok

17. Feladat. Végezd el az összevonásokat!

a.) $3x - (4 + 2y + 6x) + 3y - 7 =$

b.) $(5a - 2b) - (7 - 2b) - (3a - 11) =$

c.) $(2ab + 3a) - (4ab + 5ab) + (2a - 7) =$

d.) $-(6a + 3b) + (3b - 5b) =$

e.) $a - (b + c) - (a - b) =$

18. Feladat. Bontsd fel a zárójeleket és végezd el az összevonásokat!

a.) $(x + 2)(x - 3) + (x - 2)(x + 3) =$

b.) $(a - 5)(a - 1) - (a + 2)(a + 3) =$

c.) $(a - b)^2 + (a + b)^2 =$

d.) $(2x - 1)(5 - 3x) - (x - 1)(x + 1) =$

e.) $(y - 4)(y - 2) - (y - 1)(y - 3) =$

54. Házi feladat. Bontsd fel a zárójeleket és végezd el az összevonásokat!

a.) $3(2x - 1) + 2(3 - 5x) =$

b.) $5(x - 2) + 2(3 - x) =$

c.) $2a(3a + 1) - 3a(1 - a) =$

d.) $(x^2 - 1)(x^2 + 1) =$

e.) $(x + 1)(x^2 + 2x + 1) =$

54. Szorgalmi. Bontsd fel a zárójeleket és végezd el az összevonásokat!

$$\frac{1}{4} \cdot (2x - 1) - \frac{2}{3} \cdot (3x - 2) =$$

55. óra Összetett algebrai műveletek

Def. Az összetett műveleteket összegnek, szorzatnak, vagy hatványnak nevezzük attól függően, hogy az utolsóként elvégzett művelet összeadás¹, szorzás², vagy hatványozás.

19. Feladat. Állapítsd meg, hogy milyen típusú algebrai műveletek az alábbiak!

a.) $a + 2b$

d.) $a^2 + b^2$

g.) $\frac{3x - 7}{y + 4}$

b.) $(a + b)(a - b)$

e.) $(a^2 + b^2)^2$

h.) $-7 \cdot xy$

c.) $a^4 - b^3$

f.) a^9

i.) $\frac{a}{5} + \frac{5}{a}$

Állítás. Az összetett műveletek hét alapszabálya:

1. Az összeadás kommutatív, tehát felcserélhető a sorrend: $a + b = b + a$

2. Az összeadás asszociatív³: $(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c$

3. A szorzás kommutatív, és az osztás nem kommutatív: $a \cdot b = b \cdot a$

4. A szorzás asszociatív: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = a \cdot b \cdot c$

5. Szorzat hozzáadásakor a zárójel elhagyható: $a - (b : c) = a - b : c$

6. Hatvánnyal szorzáskor és osztáskor a zárójel elhagyható. $a : (b^2) = a : b^2$

7. Disztributivitás: $(a + b) \cdot c = a \cdot c + c \cdot b$ és $(a + b) : c = a : c + c : b$

55. Házi feladat. Ellenőrizd az alapszabályokat $a = 2$, $b = 3$, $c = 5$ helyen!

55. Szorgalmi. Nézz utána, honnan erednek az alapszabályoknál tanult idegen szavak!

¹A kivonást is az összeghez vesszük, mert a kivonás az ellentet hozzáadása.

²Az osztást is a szorzathoz vesszük, mert az osztás a reciprokkaal való szorzás.

³Tehát átzárójelezhető, a zárójel bárhova tehető.

56. óra Zárójelek felbontása

Megjegyzés. Láthatlan zárójeleket tartalmaznak egyes műveletek:

1. Törtvonalak: $\frac{a+b}{c+d} = (a+b) : (c+d)$

2. Emeletes törtek: $\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b} : c = \frac{a}{bc}$ és $\frac{a}{\frac{b}{c}} = a : \frac{b}{c} = \frac{ac}{b}$

3. Hatványok: $a^{b^c} = a^{(b^c)}$ és $a^{b+c} = a^{(b+c)}$

20. Feladat. Bontsd fel a zárójeleket és végezd el a tagok összevonását!

a.) $(12a + 2b) - (4a - 3b) =$

b.) $(x^2 + 4x - 9) - (2x^2 - x - 1) =$

c.) $(x^2 + 3xy + y^2) + (2x^2 - 4xy - 5y^2) - (5x^2 - 5xy + y^2) =$

21. Feladat. Bontsd fel a zárójeleket és végezd el az összevonásokat!

a.) $4x - [5x - (2x - 3)] =$

b.) $5x + \left\{ 3y - [6z - 2x - (x - z)] \right\} =$

56. Házi feladat. Bontsd fel a zárójeleket!

a.) $9a^2 + [7a^2 - 2a - (a^2 - 3a)] =$

b.) $2xy \cdot (3x^2 - 6xy + y^2) =$

c.) $(4a^3 + 3a^2b - 3ab^2 + b^3) - (2a^3 - 5a^2b + 4ab^2 + 5b^3) =$

56. Szorgalmi. Bontsd fel a zárójelet!

$$(a^k + 2a^2) \cdot a^n =$$

57. óra Feladatok

22. Feladat. Végezzük el következő szorzásokat!

$$a.) (3b - 3) \cdot 6 =$$

$$b.) 4 \cdot (2x - 7) =$$

$$c.) (2x^2 - 5x + 3) \cdot (-2x) =$$

$$d.) 3 \cdot (2x - 4y) =$$

$$e.) \frac{7}{3} \cdot \left(\frac{x}{2} + \frac{y}{5} \right) =$$

$$f.) \frac{x}{2} \cdot \left(\frac{x^2}{3} + \frac{x}{5} \right) =$$

$$g.) \frac{3}{2} \cdot (5x + 1) + \frac{2}{3} \cdot (3 - 5x) =$$

$$h.) -2 \cdot \left(\frac{3}{4} - 3x \right) - 8 \cdot \left(\frac{1}{2} + 2x \right) =$$

57. Házi feladat. Bontsd fel a zárójeleket!

$$a.) 3 \cdot (a - 1,5) =$$

$$b.) -3x \cdot (2x^2 - 3x + 1) =$$

$$c.) 6a + 6 \cdot (2b - a) =$$

$$d.) 3x \cdot (2 - x) - (4x - 1) \cdot 2x =$$

$$e.) 3 \cdot \left(\frac{3}{2} - x \right) - 2 \cdot \left(\frac{5}{2} + x \right) =$$

57. Szorgalmi. Bontsd fel a zárójelet!

$$2a - \left\{ 2a - [2a - (2a) - 2a] - 2a \right\} - 2a =$$

58. óra Gyakorlás

23. Feladat. Bontsuk fel a zárójeleket és végezzük el az összevonásokat!

$$a.) (x - 4)(x - 2) - (x - 1)(x + 3) =$$

$$b.) 6a^2 - 5a(2b - a) + 4a(-3a + 2\frac{1}{2}b) =$$

$$c.) (4b^2 + 2a^2 - 4ab)(2a^2 + 3ab - 3b^2) =$$

58. Házi feladat. Oldd meg az alábbi feladatot!

$$(7x^3y^3 - xy)(5xy^2 - 2x^2 - y^2) =$$

58. Szorgalmi. Számítsd ki a helyettesítési értékét a házi feladatban szereplő kifejezés esetén a $x = 2$ és $y = -3$ helyen!

59. óra Nevezetes azonosságok

24. Feladat. Írjuk fel a nevezetes azonosságokat!

$$a.) (a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$b.) (a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$c.) (a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

25. Feladat. Számítsuk ki a két tag összegének négyzetét!

$$a.) (x + y)^2 =$$

$$c.) \left(\frac{3}{5}y^3 + 1\right)^2 =$$

$$b.) (3a + 4b)^2 =$$

26. Feladat. Számítsuk ki a két tag különbségének négyzetét!

$$a.) (x - y)^2 =$$

$$c.) \left(\frac{3}{5}y^3 - 1\right)^2 =$$

$$b.) (3a - 4b)^2 =$$

27. Feladat. Bontsuk fel az alábbi szorzatokat!

$$a.) (a + 2) \cdot (a - 2) =$$

$$b.) (4x^3 + 3) \cdot (4x^3 - 3) =$$

$$c.) \left(\frac{2}{3}a^2 + 1\right) \cdot \left(\frac{2}{3}a^2 - 1\right) =$$

59. Házi feladat. Oldjuk meg az alábbi feladatokat!

$$a.) (5x + 2y)^2 =$$

$$b.) (3a - 4b)^2 =$$

$$c.) 64x^2 - 36y^2 =$$

59. Szorgalmi. Oldd meg az alábbi feladatot!

$$\left(\frac{5}{6} \cdot x - \frac{3}{7} \cdot y^4\right)^2 =$$

60. óra Nevezetes azonosságok felismerése**28. Feladat.** Alakítsuk szorzattá az alábbi összegeket nevezetes azonosságokkal!

a.) $a^2 - 6a + 9 =$

d.) $a^4 + 2a^2b + b^2 =$

b.) $x^2 - 2x + 1 =$

e.) $9x^2 + 6x + 1 =$

c.) $x^2 + y^2 - 2xy =$

f.) $25y^4 - 10y^2x + x^2 =$

29. Feladat. Alakítsuk szorzattá az alábbi összegeket nevezetes azonosságokkal!

a.) $a^2 - b^2 =$

d.) $a^2 - 1 =$

b.) $a^2b^2 - 9 =$

e.) $4a^2 - 16 =$

c.) $\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{4}y^2 =$

f.) $\frac{64}{81}a^2 - \frac{9}{64}b^2 =$

60. Házi feladat. Alakítsd szorzattá az alábbi összegeket!

a.) $4x^2 - 4xy + y^2 =$

b.) $25x^2 + 20xy + 4y^2 =$

c.) $4x^2 - \frac{y^2}{25} =$

60. Szorgalmi. Alakítsd szorzattá a következő kifejezést!

$$4(3x + 5y)^2 - 16(2x - y)^2 =$$

61. óra Nevezetes azonosságok gyakorlása

30. Feladat. Írj mindhárom tanult azonosságra egy példát külön lapra! A papírt cseréld el valakivel és a kapott feladatot oldd meg. Vigyázz, hogy a végeredményt új sorba írd! Ez után hajtsd hátra az eredeti kifejezést és add tovább a lapot!

61. Házi feladat. Mindhárom azonosságra írd saját példát, és próbáld meg visszaalakítani az azonosság segítségével!

61. Szorgalmi. Találj ki feladatot az egyik azonosságra és megoldással együtt add le!

62. óra Feladatok

31. Feladat. Számítsd ki a kifejezések helyettesítési értékét $4; \frac{1}{3}; -0,5$ helyeken!

a.) $3 - 4x$

b.) $5x - 2x$

c.) $2x + 1$

d.) $2 \cdot (x + 1)$

e.) $2x^2$

f.) $(2x)^2$

g.) $\frac{1}{x - 2}$

32. Feladat. Írjuk fel az azonosságot és alkalmazzuk!

a.) $(a + b)^3 =$

b.) $(3x + 4y)^3 =$

c.) $\left(\frac{5}{3}a^2b^4 - 2a^4b^5\right)^3 =$

62. Házi feladat. Végezd el a kijelölt műveleteket!

a.) $\left(\frac{1}{3}x^4y^7 - 3x^2y^3\right)^3 =$

b.) $(12x^3y^2) \cdot (125x^8y^4) =$

62. Szorgalmi. Bontsd fel a zárójelet! Használd a Pascal-háromszöget!

a.) $(a + b)^4 =$

b.) $(a + b)^5 =$

c.) $(a + b)^6 =$

63. óra Feladatok**33. Feladat.** Bontsuk fel a zárójeleket!

a.) $(25x^4y^6) \cdot (12x^3y^4) =$

b.) $2(-3a)(-b) =$

c.) $(2x^2y^3)^3 \cdot (16x^6y^8) =$

d.) $(9x^5y^3)(25x^9y^{14}) =$

e.) $(3x^2 - 6y^2) \cdot (2x^4 - 3x^2y^2 + 5y^4) =$

f.) $(3x^7y^9 - 2x^{10}y^2)^2 =$

63. Házi feladat. Végezd el az alábbi műveleteket!

a.) $(x + 2)^2 + 3(x + 1)^2 =$

b.) $5(3 - 5a)^2 - 5(3a - 8)(3a + 7) =$

c.) $(a - b)^2 - (a + b)^2 =$

d.) $(5a^4 + 3a^3b - 2a^2b^2 - 4a) - (ab^3 - 9a^2b^2 + 3a^4 - 8a^3) =$

63. Szorgalmi. Végezd el az összevonásokat!

$(x^4 - 1, 2x^2y + 0, 8x^2y^2 + 5, 7xy^3 - 0, 9y^4) - (0, 2x^4 - y^4 + 2, 3x^3y - 0, 1x^2y^2 - 4, 2xy^3) =$

64. óra Teljes négyzetté egészítés

Def (Teljes négyzet). Általános alakban megadott kifejezést az alábbi alakra hozunk:

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = a \cdot (x + p)^2 + q$$

34. Feladat. Egészítsd ki a következő kifejezéseket úgy, hogy azonosságot kapj!

a.) $x^2 + 2xy + \dots$

d.) $\frac{4}{9}k^2 - kl + \dots$

g.) $36p^2 + \dots + 25q^2$

b.) $a^2 - 2ab + \dots$

e.) $25a^2 + \dots + 16b^2$

h.) $x^2 - 10x + \dots$

c.) $4c^2 + 4cd + \dots$

f.) $1 + \dots + 25x^2$

i.) $49b^2 + 28b + \dots$

35. Feladat. Alakítsd teljes négyzetté az alábbi kifejezéseket!

a.) $x^2 + 6x + 13 =$

b.) $x^2 + 4x + 17 =$

c.) $x^2 - 10x + 26 =$

d.) $49a^2 + 28a + 32 =$

64. Házi feladat. Végezd el a teljes négyzetté egészítést!

a.) $x^2 - 2x - 3 =$

b.) $-4x^2 - 16x + 19 =$

c.) $5x^2 - 5x + 10 =$

64. Szorgalmi. Alakítsd teljes négyzetté az alábbi kifejezést!

$$\frac{4}{9}a^2 - \frac{4}{5}a + \frac{11}{25} =$$

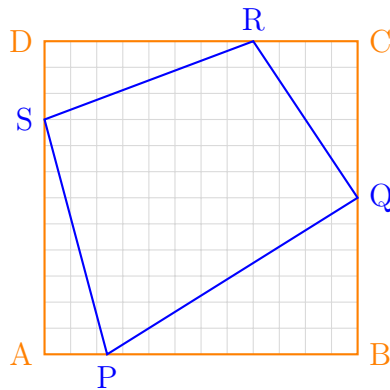
65. óra Geometriai példák

36. Feladat. Igaz-e, hogy bármely paralelogramma szögfelezői téglalapot határolnak?

37. Feladat. Az ABC derékszögű háromszög AB átfogóján felvett D, E pontokra $AE = AC, BD = BC$. Határozzuk meg a DCE szög nagyságát!

38. Feladat. Igazoljuk, hogy bármilyen derékszögű háromszögben a derékszög szögfelezője és az átfogóhoz tartozó magasság bezárt szöge 45 fokkal kisebb a háromszög egyik hegyesszögénél!

39. Feladat. Az $ABCD$ négyzet oldalát az ábrán látható módon 2; 3; 4 illetve 5 egyenlő részre osztottuk, majd az ábra szerinti osztópontokat kötöttük össze. Az $ABCD$ négyzet területének hányad része a $PQRS$ négyszög területe?



65. Házi feladat. 40 cm élű négyzet közepéről, a négyzet oldalaival párhuzamos vágásokkal kivágtunk egy négyzetet. Mekkora csíkokat vágtunk le, ha a kivágott négyzet

a.) kerülete negyed része az eredeti négyzet kerületének?

b.) területe negyed része az eredeti négyzet területének?

65. Szorgalmi. Egy téglalap alakú virágágyás hosszabbik oldala másfélszer olyan hosszú, mint a rövidebb oldala. A virágágyást mind a négy oldalán 1 m széles járda veszi körül. A járda területe 44 m^2 . Hány négyzetméter a virágágyás területe?

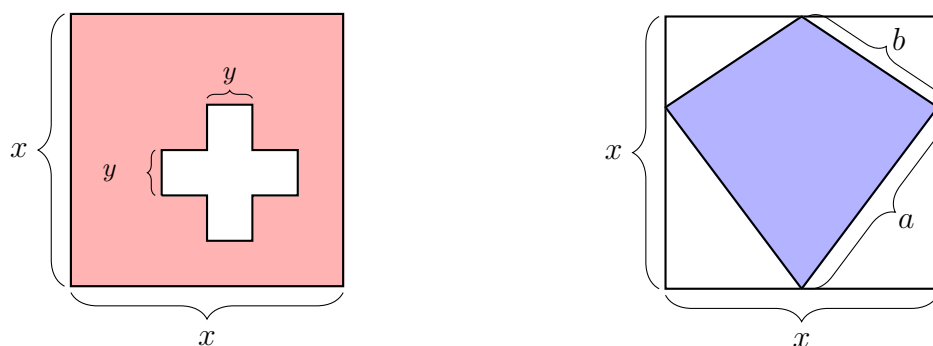
66. óra Geometriai feladatok

40. Feladat. Az $ABCD$ konvex négyszög AC és BD átlói 6 cm hosszúak és 45 fokos szöget zárnak be az AB oldallal. Mekkora a négyszög területe?

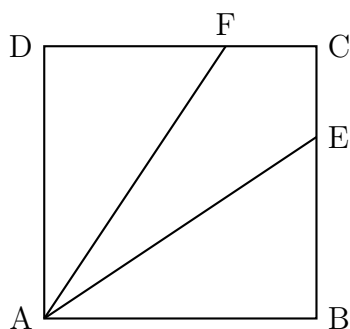
41. Feladat. Bizonyítsd be geometriai úton a nevezetes azonosságokat!

42. Feladat. Egy $ABCD$ téglalap BC oldalán felvesszünk egy E pontot. Tudjuk, hogy az EDC háromszög és $ABED$ trapéz területének aránya $2 : 7$. Mekkora arányban osztja az E pont a BC szakaszt?

43. Feladat. Számítsd ki a színezett síkidomok területét!



66. Házi feladat. Az $ABCD$ négyzetet három egyenlő terület részre osztottuk az ábra szerint. A négyzet oldala 9 cm. Mekkora a CE szakasz hossza?



66. Szorgalmi. Egy ABC egyenlő szárú háromszög BC alapjának C csúcsából induló szögfelező az AB oldalt a D pontban metszi. Tudjuk, hogy $BC = CD$. Mekkora a CDA szög nagysága?

67. óra Számelméleti példák

44. Feladat. Igazoljuk az alábbi oszthatósági állításokat $n \in \mathbb{N}$ esetén!

a.) $2|n^2 - n$

b.) $6|n^3 - n$

c.) $6|n^3 + 5n$

d.) $6|n^3 + 11n$

e.) $2|n^4 - 2n^3 + n^2$

f.) $57|7^{n+2} + 7^{n+1} + 7^n$

g.) $24|5^{20} - 1$

67. Házi feladat. Igazold az alábbi oszthatósági állításokat!

a.) $6|n^5 - n$

b.) $3|n^3 + 2n$

67. Szorgalmi. Adott egy $m \in \mathbb{N}$ szám, amely osztható 8-cal. Igazold, hogy ekkor:

$$24|m^3 + 24m$$

68. óra Számelméleti feladatok

45. Feladat. Igazoljuk az alábbi oszthatósági állításokat $n \in \mathbb{N}$ esetén!

a.) $5|n^5 - n$

b.) $30|n^5 - n$

c.) $15|2^{16} - 1$

d.) $120|n^5 - 5n^3 + 4n$

e.) $4|n^4 - 2n^3 + n^2$

f.) $24|n \cdot (n^2 - 1) \cdot (n + 2)$

g.) $360|n^6 - 5n^4 + 4n^2$

46. Feladat. Döntsd el a következő számokról, hogy négyzetszámok-e!

a.) $2^{22} \cdot 5^{10}$

c.) $2^3 \cdot 4^5 \cdot 8^9 \cdot 16^{17}$

b.) $2^9 \cdot 3^5 \cdot 6^7$

d.) $2^{29} \cdot 3^4 \cdot 4^6 \cdot 6^{11} \cdot 10^8 \cdot 75^3$

68. Házi feladat. Döntsd el a következő számról, hogy négyzetszám-e!

$$2^{19} \cdot 3^5 \cdot 4^3 \cdot 6^{13} \cdot 10^9 \cdot 75^4$$

68. Szorgalmi. Köbszám-e a házi feladatban szereplő szám?

69. óra Összefoglalás

47. Feladat. Oldd meg az alábbi feladatokat!

$$a.) 26 + 17 + (-14) - 62 - (-42) =$$

$$b.) (-118) - (-24) + 74 + (-18) =$$

$$c.) 3 + 8 \cdot 11 - 9 \cdot (-2) - (-7) : 7 =$$

$$d.) 10 : 2 - 9 \cdot 2 + 12 - 30 : 5 + 20 =$$

$$e.) (-9) : 2 - (-12) : (-3) - 25 : 5 =$$

$$f.) (-18) : (-2) - 9 : (-3) + (-8) : (-4) =$$

48. Feladat. Számítsuk ki az alábbi szorzatok értékét!

$$a.) \frac{10}{6} \cdot \frac{14}{21} \cdot \frac{8}{6} =$$

$$c.) \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} =$$

$$b.) \frac{3}{20} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{6}{8} =$$

$$d.) \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{4}{6} =$$

49. Feladat. Számítsuk ki az alábbi műveletek eredményét!

$$a.) \frac{8}{9} \cdot \frac{27}{28} - \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{8} =$$

$$c.) \frac{8}{9} \cdot \left(\frac{27}{28} - \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{8} \right) =$$

$$b.) \frac{8}{9} \cdot \left(\frac{27}{28} - \frac{8}{9} \right) \cdot \frac{9}{8} =$$

$$d.) \left(\frac{8}{9} \cdot \frac{27}{28} - \frac{8}{9} \right) \cdot \frac{9}{8} =$$

50. Feladat. Végezzük el az alábbi műveleteket!

$$a.) (3b^2 + 4a^2 - 2ab)(4a^2 + 2ab - 4b^2) =$$

$$b.) (5a - 3b)^2 - (5a + 3b)^2 =$$

$$c.) 3x + \left\{ 2y - [3z - 5x - (3x - 7z)] \right\} =$$

$$d.) (5x^2 - 4x^3) \cdot (3x^4 + 2x^5) =$$

$$e.) 2,5 \cdot (a + 3) - 3,3 \cdot (2a - 1) =$$

69. Házi feladat. A kimaradt feladatokat megoldani!

69. Szorgalmi. Saját hasonló feladatot kitalálni!

70. óra Összefoglalás

51. Feladat. Alkalmazd a nevezetes azonosságokat!

$$a.) 25y^4 - 10y^2x + x^2 =$$

$$b.) \frac{64}{81}a^2 - \frac{9}{64}b^2 =$$

$$c.) b^3 - 6b^2c + 12bc^2 - 8c^3 =$$

$$d.) 9x^2 - 6x + 1 =$$

$$e.) 25y^4 + 10y^2x + x^2 =$$

$$f.) 9a^2 - (x - y)^2 =$$

$$g.) 1 - (2a - 3b)^2 =$$

52. Feladat. Igazold geometriailag, hogy az összeadás a szorzásra nézve disztributív!

53. Feladat. Írd fel számok használata nélkül és keresd meg az adott kifejezések párját!

$$a.) 6 \cdot x$$

$$d.) 5 \cdot x^2$$

$$g.) (x - y)^2$$

$$j.) 3 \cdot (x + y)$$

$$b.) x^4$$

$$e.) (x \cdot y)^2$$

$$h.) -4 \cdot x$$

$$c.) x^2 \cdot y$$

$$f.) 3 \cdot x \cdot y$$

$$i.) (2 \cdot x)^3$$

$$k.) -3 \cdot x \cdot y^2$$

54. Feladat. Tedd igazzá műveletek és zárójelek segítségével!

$$1 \quad 8 \quad 0 \quad 2 \quad = \quad 0$$

$$1 \quad 8 \quad 0 \quad 2 \quad = \quad 1$$

$$1 \quad 8 \quad 0 \quad 2 \quad = \quad 2$$

stb...

70. Házi feladat. Folytasd az előzőt, amíg lehet!

70. Szorgalmi. Találj egy hasonló feladatot!

71. óra Összefoglalás

55. Feladat. Gyakorold a zárójelbontást!

$$a.) (a + 2) \cdot 3 =$$

$$i.) 2a \cdot (-3a - 2b) =$$

$$b.) (3b - 3) \cdot 5 =$$

$$j.) -4x \cdot (5y + 3x) =$$

$$c.) -2 \cdot (3a - 2b) =$$

$$k.) (2a + 3b - 4x) \cdot (-5) =$$

$$d.) (3x - 4y) \cdot 8 =$$

$$l.) (x - y + 2z) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) =$$

$$e.) 3 \cdot (0,6x^2 - 0,2y^3) =$$

$$m.) (2x^2 - 5x + 3) \cdot (-2x) =$$

$$f.) (x^2 + y) \cdot \frac{2}{3} =$$

$$n.) (y^2 - y + 1) \cdot 2y =$$

$$g.) (a - b) \cdot c =$$

$$o.) (3x^2 - 5xy + y^2) \cdot 2xy =$$

$$h.) (3x - 4d) \cdot x =$$

56. Feladat. Gyakorold a szorzattá alakítást!

$$a.) 3a + 3b =$$

$$j.) x^2 + 2x =$$

$$b.) 10x - 5y =$$

$$k.) 2x^2 - 6x =$$

$$c.) ax + bx =$$

$$l.) 12x - 3x^2 =$$

$$d.) a^2 + a =$$

$$m.) ax + bx + cx =$$

$$e.) ca - cb =$$

$$n.) a^3 - 2a^2 - a =$$

$$f.) 4 - 6x =$$

$$o.) 5x^2y - 10xy + 5xy^2 =$$

$$g.) 5ab + 5ac =$$

$$p.) x(a + 2) - y(a + 2) =$$

$$h.) 3xy - 6xy =$$

$$q.) 2a(a - b) + 5b(a - b) =$$

$$i.) 15ax - 10ay =$$

$$r.) 3x(a + b) + 2y(a + b) =$$

57. Feladat. Gyakorold a nevezetes azonosságok használatát!

$$a.) (x + 1)^2 =$$

$$f.) (a^3 - b^3)^2 =$$

$$b.) (3a - b)^2 =$$

$$g.) (a + 2)^3 =$$

$$c.) (5a + 3b)^2 =$$

$$h.) (3 - a)^3 =$$

$$d.) (x^3 + 1)^2 =$$

$$i.) (2a + 3b)^3 =$$

$$e.) (x^2 + y^2)^2 =$$

$$j.) (a^2 + b^2)^3 =$$

58. Feladat. Gyakorold a hatványozás azonosságainak használatát!

$$a.) a^2 a =$$

$$n.) \frac{2}{5} a^3 b (-10 a^2 b^2) =$$

$$b.) x^2 (-x^3) =$$

$$o.) -k^2 l^3 \frac{2}{3} kl =$$

$$c.) (-a) a^3 =$$

$$p.) 0,6 x^2 y^2 (-0,5 xy) =$$

$$d.) x^n (-x^2) =$$

$$q.) 2,4 a^3 b^4 (-0,5 ab^2) =$$

$$e.) a^{3n} a^{3n-1} =$$

$$r.) (-4 a^2 b^3 c) (-2 ab^2 c^4) =$$

$$f.) 2x^2 5x^3 =$$

$$s.) \left(\frac{2}{5} x^2 y^3 z \right) \left(\frac{5}{2} xyz \right) =$$

$$g.) -3p^2 (-2p^5) =$$

$$t.) (-2,5 x^3 y^2 z) (-3,4 x^2 y^3 z) =$$

$$h.) 5p^3 3p^5 =$$

$$u.) (-5x^{k+1}) (-2x^2) =$$

$$i.) (-2a) (-3a^4) =$$

$$v.) 4a^2 b (-6a^{n-1} b^{n+1}) =$$

$$j.) -3a^n \frac{6}{5} a^{n+1} =$$

$$w.) 2(a + b)^3 4(a + b) =$$

$$k.) 3x^{n+1} \left(-\frac{1}{3} x^{n-1} \right) =$$

$$x.) 3x^2 y (-2xy) \left(-\frac{1}{2} x^3 y \right) =$$

$$l.) \frac{2}{5} x^{p+1} \frac{5}{2} x^{p-1} =$$

$$y.) \frac{1}{3} a^2 (-6a^3 b) (4a^2 b^2) \left(-\frac{7}{2} ab \right) =$$

$$m.) 2ab (-3ab^3) =$$

$$z.) (-2,5 pq) \left(-\frac{2}{5} p^2 q^3 \right) (-0,1 pq^3) =$$

59. Feladat. Gyakorold a hatványozás további azonosságainak használatát!

a.) $(x^2)^3 =$

h.) $(-a^n)^k =$

o.) $(abc)^2 =$

b.) $(-x^2)^3 =$

i.) $-(a^n)^k =$

p.) $(a^2bc^3)^2 =$

c.) $-(x^2)^3 =$

j.) $(2a^3)^2 =$

q.) $(5ab^2)^2 =$

d.) $(a^5)^{10} =$

k.) $(-3a)^3 =$

r.) $\left(\frac{1}{3}x^2\right)^3 =$

e.) $(-a^5)^{10} =$

l.) $(ab)^3 =$

s.) $\left(-\frac{1}{3}x^3\right)^2 =$

f.) $-(a^5)^{10} =$

m.) $[(-x)y]^2 =$

g.) $(a^n)^k =$

n.) $[(-x)y]^3 =$

t.) $\left(\frac{3}{4}a^2b^3\right)^3 =$

60. Feladat. Gyakorold a polinomok összevonását

a.) $2(a-b)^2 - 2(a+b)^2 - 4(a+b)(a-b) =$

b.) $(4x+13)(x^2+1) - (4x-3)(x+2)^2 =$

61. Feladat. Egészítsd ki a nevezetes azonosságokat!

a.) $a^2 - 2ab + \dots$

d.) $36p^2 + \dots + 25q^2$

g.) $\frac{4}{9} - kl + \dots$

b.) $4c^2 + 4cd + \dots$

e.) $4 + \dots + 36a^2b^2$

h.) $1 + \dots + 25x^2$

c.) $25a^2 + \dots + 16b^2$

f.) $a^2 - 2ab + \dots$

i.) $\frac{1}{4}x^2 + \dots + \frac{4}{9}z^2$

62. Feladat. Alakítsd teljes négyzetté!

a.) $x^2 + 6x + 13 =$

c.) $\frac{4}{9}a^2 - \frac{4}{5}a + \frac{11}{25} =$

e.) $-3 - 2x + x^2 =$

b.) $x^2 + 4x + 17 =$

d.) $x^2 - 10x + 26 =$

f.) $32 + 28a + 49a^2 =$

71. Házi feladat. Gyakorolni a többi csoport feladatait!

71. Szorgalmi. Gyakorolni!

72. óra Témazáró dolgozat megírása

73. óra Témazáró dolgozat megbeszélése

Egyenletek

Alapfogalmak Zárójel-felbontás Feladatok Ekvivalens átalakítások, mérleg-elv Feladatok Elsőfokú egyenletek Elsőfokú egyenletek Feladatok Feladatok Szöveges feladatok Szöveges feladatok Szöveges feladatok Vegyes feladatok Vegyes feladatok Összefoglalás Dolgozatírás

Elemi geometria Geometriai alapfogalmak Szögek Szögpárok Feladatok Feladatok Távolság Feladatok Háromszögek Alapvető összefüggések Feladatok Feladatok Dolgozatírás Nevezetes vonalak, körök Nevezetes vonalak, körök Feladatok Thalesz-tétel Feladatok Négyszögek Négyszögek Feladatok Speciális négyszögek Feladatok Sokszögek Feladatok Feladatok Dolgozatírás Geometriai transzformációk Geometriai transzformációk Feladatok Geometriai szerkesztések (alapfogalmak, alapszerkesztések) Háromszögek szerkesztése Vegyes szerkesztési feladatok Négyszögek szerkesztése Feladatok Dolgozatírás A terület fogalma Négyzet, téglalap területe Háromszög területe Feladatok Egyéb alakzatok területe Feladatok Dolgozatírás

Kombinatorika Alapfogalmak Sorbarendezés, kiválasztás Vegyes feladatok Összeszámlálási módszerek Feladatok Vegyes feladatok Vegyes feladatok Összetett feladatok Feladatok Dolgozatírás

Statisztika, valószínűség Adatok rendszerezése Feladatok Grafikonok, diagramok Feladatok Adatsokaságok jellemzői Feladatok Relatív gyakoriság A valószínűség Feladatok Dolgozatírás

Függvények Alapfogalmak Sorozatok Feladatok Valós függvények, grafikon Lineáris függvény Feladatok Egyenes arányosság Feladatok Feladatok Dolgozatírás

Év végi rendszerezés Vegyes gyakorló illetve versenyfeladatok Vegyes gyakorló illetve versenyfeladatok Vegyes gyakorló illetve versenyfeladatok Vegyes gyakorló illetve versenyfeladatok